

Cambi di convinzioni in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale

Bruno D'Amore – Martha Isabel Fandiño Pinilla

**NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)
Dipartimento di Matematica – Università di Bologna**

Articolo pubblicato:

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2004). Cambi di convinzione in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. *La matematica e la sua didattica*. 3, 27-50.

Sunto. In questo articolo si presenta una ricerca condotta al termine di 4 semestri di formazione iniziale degli insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore, nell'ambito del quadro teorico dei cambi di convinzioni sulla matematica, sulla didattica della matematica e sul ruolo dell'insegnante di matematica. A studenti di specializzazione post laurea, giunti a poche settimane dall'ottenimento del titolo di "Specializzato per l'insegnamento della Matematica", si sono chieste riflessioni e considerazioni critiche a posteriori sui cambi osservati su sé stessi nel corso dei 4 semestri, a causa degli insegnamenti seguiti, soprattutto quelli di Didattica della matematica. I futuri insegnanti dichiarano talvolta cambi radicali di convinzioni e di concezioni, intese queste ultime come generalizzazione delle prime.

Abstract. This article presents a research project at the end of four semesters of pre-service training for secondary school Mathematics teachers conducted within the theoretical framework of changes in beliefs about Mathematics, teaching and the role of the teacher. A group of postgraduate students, a few weeks from the end of their course was asked for reflections and critical observations concerning the changes experienced in themselves during the four semesters as a result of the training received, especially concerning the Mathematics Education. The future teachers describe changes of beliefs and conceptions, at times radical, the latter as a generalization of the former.

Resumen. En este artículo se presenta una investigación realizada al final de los 4 semestres de formación inicial de los profesores de matemática de la escuela secundaria superior (edad de los estudiantes: 14-19 años), en el ámbito del cuadro teórico de los

cambios de convicciones sobre la matemática, sobre la didáctica de la matemática y sobre el papel del profesor de matemática. A estudiantes de especialización de postgrado, a pocas semanas de obtener el título de “Especialista en la enseñanza de la matemática”, se les pedían sus reflexiones y consideraciones críticas, a posteriori, sobre los cambios observados sobre sí mismos en el curso de los 4 semestres, como consecuencia de los cursos seguidos, en particular el de Didáctica de la Matemática. Los futuros profesores declaran a su vez cambios radicales de convicciones y de concepciones, entendidas las segundas como generalización de las primeras.

Resumé. Dans cet article on présente une recherche conduite au but de 4 semestres de formation initiale des enseignants de mathématiques de l'école secondaire supérieur, dans le domaine des changes de convictions sur les mathématiques, sur la didactique des mathématiques et sur le rôle de l'enseignant des mathématiques. On a demandées à étudiants de spécialisation post- maîtrise, à quelque semaine de la obtention du titre de “Spécialisé pour l'enseignement des Mathématiques”, des réflexions et considérations critiques a posteriori sur les changes observés sur soi mêmes au cours des 4 semestres, à cause des enseignements suivis, surtout de Didactique des mathématiques. Les futurs enseignants déclarent quelquefois des changes radicaux de convictions et de conceptions, entendues ces dernières comment des généralisations des premières.

1. Terminologia minima

Volendoci accingere a trattare il tema delle convinzioni e delle concezioni, reputiamo di un certo interesse dichiarare esplicitamente che ci serviremo delle seguenti interpretazioni di tali termini, peraltro sempre più diffuse e condivise:

- *convinzione* (belief) (o credenza): opinione, insieme di giudizi/attese, quel che si pensa a proposito di qualcosa;
- l'insieme delle convinzioni di qualcuno (A) su qualcosa (T) dà la *concezione* (K) di A relativamente a T; se A appartiene ad un gruppo sociale (S) e condivide con gli altri appartenenti ad S quell'insieme di convinzioni relativamente a T, allora K è la concezione di S relativamente a T.

Spesso, in luogo di “concezione di A relativamente a T” si parla di “immagine che A ha di T”.

Noi ci occupiamo qui solo del caso in cui T sia la matematica, o la didattica della matematica o altri casi che esplicheremo e discuteremo.

2. Quadro teorico sulle convinzioni/concezioni relative alla matematica

Gli studi scientifici sull'importanza delle concezioni che la società, la gente comune, certi gruppi sociali, gli insegnanti, gli studenti hanno della matematica, anche ma non solo per quanto concerne i processi di insegnamento/apprendimento della stessa, hanno origini abbastanza recenti. Tuttavia essi rivelarono immediatamente il grande impatto che questo tipo di considerazioni ha sull'apprendimento e sull'insegnamento. Schoenfeld (1992) arriva ad affermare che ogni individuo concettualizza la matematica e si pone nell'ambiente matematico proprio in base al sistema delle proprie convinzioni sulla matematica, dunque in base alla concezione che ha di matematica; è tale concezione che determina non solo le modalità di tale inserimento, ma anche le sensazioni che l'individuo prova a seguito di esso. Ciò implica che è impossibile separare conoscenze (di matematica) e convinzioni (sulla matematica) negli insegnanti (Fennema, Franke, 1992). Il che comporta inoltre, come ovvia conseguenza, che le prese di decisione degli insegnanti sono causate da entrambi i fattori; il che ulteriormente spiega la grande importanza attuale della ricerca sul campo delle convinzioni (Thompson, 1992; Hoyles, 1992; Pehkonen, Törner, 1996; Kraines et al., 1998).

Interessanti considerazioni teoriche sulla struttura delle convinzioni e sulle ricerche attuali a questo proposito si trovano in Törner (2002).

D'altra parte, è oggi universalmente riconosciuto che le convinzioni sono costituenti importanti dell'insieme delle conoscenze, dato che le determinano e le condizionano, come aveva già rilevato Schoenfeld (1983) oltre vent'anni fa.

È fin dai primi momenti di interesse per questo tipo di argomenti che nasce una sorta di analisi del tipo di convinzioni; nel lavoro di Schoenfeld (1992), per esempio, la distinzione è fatta sull'agente e quindi egli distingue tra convinzioni:

- degli studenti,
- degli insegnanti,
- della società,

una distinzione alquanto scontata, ma non priva di sorprese, e, in ogni caso, la più seguita proprio per la sua immediatezza.

A proposito del terzo punto, sappiamo oggi che non è possibile separare l'analisi delle convinzioni di un individuo da quelle del gruppo sociale di cui fa parte, dato che esse sono comunque il risultato di complesse interazioni tra gruppi sociali (Hoyles, 1992); dunque, uno studio di questo genere deve essere immerso nel contesto sociale.

3. Primo cenno ai soggetti della nostra ricerca e quadro teorico sul “cambio di convinzioni”

In questo nostro testo, ci riferiremo esclusivamente alle convinzioni di studenti un po' particolari, specializzandi che stanno per terminare il quarto e ultimo semestre della Scuola di Specializzazione (SSIS) i cui esami finali, dopo il conseguimento di una specifica laurea quadriennale, portano in Italia al titolo di “Abilitato per l'insegnamento nella Scuola Secondaria”.

Tali soggetti:

- sono a tutti gli effetti “studenti”, anche se rivestono un ruolo particolare che li rende “insegnanti tra breve tempo”; inoltre, parecchi tra loro sono supplenti ed hanno già avuto quindi esperienze di responsabilità di insegnamento
- hanno come esperienza forte di base la loro lunga vita come studenti
- hanno in una percentuale notevole come esperienza pratica di insegnamento solo il tirocinio effettuato presso la SSIS (generalmente senza eccessiva libertà di decisione didattica).

Questa particolare natura dei nostri soggetti ci ha spinto a considerare il problema del “cambio di convinzioni” nel senso dello “sviluppo - modifica delle convinzioni nel passare del tempo” (Wilson, Cooney, 2002); in questo senso, una bella analisi su insegnanti che ci è stata di aiuto teorico è quella fornita in Chapman (2002). In quanto all'influenza che ha l'apprendimento sull'insegnamento da parte di insegnanti in formazione, ci siamo serviti di Llinares (2002). Ma, in base alla “natura di studenti” dei nostri soggetti, abbiamo dovuto fare riferimento a studi sulla natura della matematica (Presmeg, 2002) in cui si sfrutta una sorta di autobiografia delle proprie convinzioni sulla matematica e nella quale si rilevano appunto cambi di convinzione con il passare del tempo.

Infine, le riflessioni di ricerca sono state suggerite da lavori classici dei primi anni '90 e più recenti Lester (2002) (in questo lavoro, Lester riprende le concezioni classiche su questo tema ma esemplifica brillantemente su ricerche specifiche recenti).

4. Convinzioni sulla matematica espresse da altri settori ed influenza sulla pratica docente

Le convinzioni che varie parti della società esprimono a proposito della matematica, hanno certo influenza sul contesto sociale, ma finiscono con l'essere oggetto di riflessione per futuri insegnanti; per esempio, se parte della letteratura, del cinema, delle arti esprimono convinzioni deleterie sulla matematica (Furinghetti, 2002), i matematici ed i docenti di matematica possono raccogliere la sfida che è implicita nel loro insegnamento: ribaltare, nella propria classe, le convinzioni deleterie degli studenti, influenzati da tali agenti negativi. Per arrivare a proporsi tale obiettivo, però, i futuri insegnanti devono ovviamente conoscere i giudizi espressi.

5. Classificazioni delle convinzioni sulla matematica

Un'analisi delle convinzioni si presenta dunque come estremamente importante al fine di studiarle e riconoscerle. Ecco alcuni esempi di proposta di classificazione delle convinzioni a proposito della matematica.

Frank (1985):

- C'è chi ha una "mente matematica" e chi no
- La matematica richiede logica, non richiede intuizione
- In matematica bisogna sempre sapere come si trova la risposta ad un quesito o ad un problema
- In matematica è necessario avere buona memoria
- In ogni problema matematico c'è sempre un "modo migliore" per risolvere un problema
- La matematica si fa lavorando intensamente sui problemi, finché non si risolvono
- I maschi sono migliori delle femmine in matematica
- In matematica bisogna sempre dare la risposta giusta, il resto non conta
- I matematici risolvono sempre i problemi rapidamente nella loro testa
- C'è un certo non so che, una tecnica magica per fare matematica; o ce l'hai o non ce l'hai
- La matematica è ripetitiva, nient'affatto creativa
- In matematica i conti si fanno o a mente o per iscritto, ma senza l'uso di strumenti, per esempio le dita.

Schoenfeld (1992):

I problemi matematici hanno una sola risposta

C'è un solo modo corretto di risolvere un problema

Uno studente normale, non particolarmente portato alla matematica, deve memorizzare il più possibile le regole ed i procedimenti, non può sperare di capirla

I matematici sono individui isolati, che lavorano isolatamente

Gli studenti che hanno capito un tema di matematica sanno risolvere un problema su quel tema nei primi 5 minuti in cui lo vedono

La matematica che si impara a scuola nulla ha a che vedere con il mondo esterno, il mondo reale

Nei processi di scoperta o invenzione in matematica la dimostrazione formale è del tutto irrilevante.

Furinghetti (1994):

Dare la risposta giusta è più importante che non il modo di risolvere il problema

Ogni cosa va espressa nel modo più esatto possibile

Si deve dare sempre la risposta giusta nel più breve tempo possibile

C'è sempre qualche procedimento che si deve seguire esattamente per arrivare al risultato

Molto si impara memorizzando le regole

Ogni cosa va sempre spiegata esattamente

Diversi argomenti della matematica sono del tutto scollegati tra loro e dunque vanno insegnati ed appresi isolatamente.

Ci limitiamo a questi tre esempi, ma classificazioni analitiche di questo stile sono numerose.

6. La natura della didattica della matematica

Per quanto riguarda la didattica della matematica, si delineano diverse interpretazioni di base (Malara, Zan, 2002):

- la didattica della matematica è una scienza autonoma che tiene conto del complesso sistemico nel quale è inserita, ma è basata su metodi originali di ricerca; questa interpretazione certo è ascrivibile al lavoro pionieristico di Guy Brousseau iniziato fin dagli anni '60

(Brousseau, 1986) ed a quella che viene chiamata “scuola francese” che da lui ha preso avvio;

- la didattica della matematica è una disciplina scientifica che include sì una teoria, uno sviluppo ed una pratica, ma interagisce con il sistema scolastico nel suo complesso (preparazione degli insegnanti, sviluppo del curriculum, aule ed ore di matematica, testi, ausili vari, valutazione) e con tutti i campi ad esso collegati (matematica, storia ed epistemologia della matematica, psicologia, scienze dell'educazione, sociologia, ...); tale complessità chiama in causa anche legami tra matematica e società; questa visione è certo dovuta in gran parte al lavoro di Steiner (1985);
- la didattica della matematica è una scienza applicata, una scienza di azioni pratiche; i suoi studi riguardano azioni concrete relative all'insegnamento, cercando mediazioni tra pedagogia, matematica (include la sua storia e la sua epistemologia) ed altre discipline (psicologia, antropologia, sociologia, ...); in questa direzione si possono pensare a vario titolo orientati i lavori di Wittmann (1995), di Speranza (1997) e di altri.

Naturalmente, le cose sono assai più complesse; ma a noi, in questa occasione, serve solo delineare alcune alternative interpretative; al loro interno, situabili con modifiche a volte lievi, si possono precisare ruoli e funzioni della formazione o della relazione tra teoria e pratica; il problema si è delineato fin dall'inizio degli anni '80 (Kilpatrick, 1981; Freudenthal, 1983) e, fino ad oggi, non ha fatto che crescere di interesse. Un'analisi dettagliata della problematica relazione tra teoria e pratica d'insegnamento si può vedere in Malara, Zan (2002); altri recenti contributi al riguardo, che ci hanno influenzato nel condurre la nostra ricerca, sono Zaslavsky, Leikin (2004) e McDuffie (2004) che, in modi diversi, analizzano la pratica d'aula e lo sviluppo della figura professionale del docente, il secondo in condizioni di formazione.

7. Àmbito tematico e sociale della ricerca: la SSIS di Bologna e certe sue scelte culturali e didattiche

Bastano poche righe per descrivere l'àmbito nel quale si sono svolti da 5 anni accademici i corsi di didattica della matematica presso la SSIS di Bologna; si è voluto tenere conto di ciascuna delle tre linee interpretative di cui sopra (ved. 6.), avendo come punto di partenza una visione di

didattica della matematica che studia scientificamente i problemi pratici nati dall'aula, nella relazione sistemica complessa tra insegnante, allievo e sapere, dunque facendo riferimento alla pratica d'insegnamento ma ancora più alla "epistemologia dell'apprendimento" (secondo le definizioni date in D'Amore, 1999a).

Dunque la visione della didattica della matematica proposta agli allievi della SSIS di Bologna è sì quella di teoria autonoma, ma cercando sempre di coniugare i tre punti di vista precedenti (ved. 6). La scelta di fondo teorica è quella della cosiddetta "scuola francese" per quanto riguarda la teoria messa in campo per analizzare i problemi d'aula, ma sempre ritornando a questi e non disdegnando approfondimenti su curriculum, valutazione etc.

Gli insegnanti in formazione provengono da diversi corsi di studi, corsi di laurea in matematica, fisica, ingegneria, astronomia, economia, statistica, ... tutti, comunque, a forte contenuto matematico; a chi non ha seguito corsi completi di matematica si assegnano "debiti culturali" che hanno lo scopo di colmare le lacune dovute a mancanze vistose nel piano di studi.

Gli insegnanti in formazione seguono corsi di tematiche generali come pedagogia, psicologia, sociologia, antropologia, ... e poi corsi specifici come didattica della matematica con laboratorio (2 corsi in due diversi semestri di 60 ore ciascuno), laboratorio di didattica della matematica (soprattutto dedicati alle nuove tecnologie) (2 corsi in due semestri diversi di 60 ore ciascuno), epistemologia/storia della matematica (2 corsi in due semestri diversi di 60 ore ciascuno).

Sono previsti tirocini guidati da un supervisore [insegnante esperto di ruolo da diversi anni, con competenza anche in didattica della matematica] con pratica d'aula in classi reali (il cui insegnante titolare ha funzioni di tutor) e la stesura di una programmazione di tirocinio che è la premessa alla redazione di una tesi di specializzazione (alla quale viene data fondamentale importanza).

Del contenuto dei due corsi di didattica della matematica abbiamo già detto (e comunque include per intero lo studio di D'Amore, 1999, ed altro); quanto alle modalità, vengono continuamente intervallate lezioni frontali (spesso discussioni su temi specifici che tengono conto della realtà sperimentata in aula) e lavori di gruppo con relazioni individuali finali.

8. L'invito formale agli insegnanti in formazione a dichiarare i propri cambi di convinzioni

Giunti alle ultime ore del corso dell'anno accademico 2003-04, è stata offerta agli insegnanti in formazione la possibilità di esprimere pareri ed osservazioni sui propri cambi di convinzioni su matematica, didattica della matematica, proprio ruolo docente, attraverso l'invito scritto che appare qui di seguito:

Bologna, SSIS, Matematica, fine gennaio 2004

Caro Specializzando SSIS, Cara Specializzanda SSIS,

siamo giunti alle due ultime lezioni del corso di Didattica della Matematica II di questo anno accademico 2003-04, l'ultimo del tuo impegno alla SSIS. Tra pochi mesi, il corso terminerà con la prova finale.

Ci stiamo chiedendo se, in questi 4 semestri, qualche cosa è cambiato nelle tue convinzioni e ci interesserebbe molto saperlo.

Più esplicitamente, ci piacerebbe se tu potessi contribuire in questa analisi, paragonando quel che ritenevi *prima* di iniziare la SSIS e quel che ritieni *ora* a proposito di:

- Matematica (o Epistemologia della Matematica)
- Didattica della Matematica
- Ruolo dell'insegnante di Matematica in aula.

Visto che stiamo parlando ad un esperto, vogliamo essere più espliciti; ci interessano

- i "cambi epistemologici" che sono avvenuti dentro di te
- il cambio delle "attese" che hai nei confronti del tuo futuro mestiere di insegnante di Matematica
- il cambio di convinzioni

e quali tra i corsi seguiti all'interno della SSIS hanno avuto maggiore o minor influenza in questi cambiamenti; o quali tra le letture fatte in questi due anni ti hanno più colpito da questo punto di vista.

Può darsi che tu non sia cambiato per nulla; sarebbe per noi già interessante se tu lo dichiarassi esplicitamente senza alcun pudore.

Ma può darsi che il cambio sia stato interessante, notevole, importante; ed allora ci aspettiamo che tu, con spirito di collaborazione, lo voglia commentare con una certa profondità.

Questo "compito" che ti affidiamo deve evidenziare la tua responsabilità; dunque, NON è anonimo. Se non vuoi collaborare, semplicemente non rispondere. Ma se decidi di farlo, ti preghiamo di essere sincero ed esplicito.

Le pagine che ci restituirai dovranno essere firmate ed accompagnate dal tuo indirizzo e-mail perché noi intervisteremo alcuni degli specializzandi per approfondire la risposta data. Nel caso tu fossi scelto, ti contatteremo e fisseremo con te una data per l'intervista.

Non perché ci sia fretta, ma per avere un termine oltre il quale non aspettare più risposte, ti preghiamo di farci avere la tua risposta scritta entro [omissis]

Grazie della collaborazione

Bruno D'Amore e Martha Isabel Fandiño Pinilla
Titolari del Corso di Didattica della Matematica II

Ha risposto a questo appello circa il 90% dei soggetti, con lettere piuttosto lunghe e complesse. A ciascuno di coloro che hanno risposto abbiamo inviato la seguente lettera:

Caro,

abbiamo letto la relazione che gentilmente hai redatto in base al nostro stimolo in data [omissis], quello nel quale ti invitavamo a raccontarci della tua esperienza ssis e soprattutto a valutare i tuoi cambi di convinzione.

Ti ringraziamo molto del contributo e della sincerità con la quale ci hai risposto.

Scriveremo un breve articolo, entro pochi mesi, descrivendo quel che abbiamo raccolto, nella speranza che esso sia di stimolo per la riflessione presso il nostro corpo docente ssis di Bologna ed altri. Lo proporremo per la pubblicazione sulla rivista *La matematica e la sua didattica*.

Saluti cordiali e tanti auguri per la tua futura brillante carriera

Bruno D'Amore e Martha Isabel Fandiño Pinilla

Una decina circa dei soggetti sono stati contattati personalmente e con essi si sono sviluppati dialoghi informali per capire nei dettagli le risposte, più che vere e proprie interviste.

Dunque, in quel che segue, le nostre osservazioni sono in parte il risultato diretto dei testi scritti ed in parte ricavate dalle dichiarazioni dei soggetti che hanno collaborato.

9. I risultati dell'indagine

9.1. Cambi di concezione sulla matematica

Le concezioni dichiarate prima della frequenza alla SSIS rientrano nei quadri noti della ricerca e li riassumeremo in tipologie, usando frasi tratte dalle risposte degli allievi [tali protocolli sono a disposizione di chi ne volesse prendere visione]; per rendere più efficace la lettura per quanto concerne i "cambi", metteremo in relazione le concezioni

precedenti (P) con quelle successive (S), accompagnate da brevissimi commenti (C) da parte nostra; alla fine della frase S scelta, metteremo tra parentesi quadra qual è il corso che, all'interno della SSIS, per dichiarazione esplicita dello specializzando, ha favorito e portato alla modifica della concezione. (Quando la frase è stralciata in modo tale che la sintassi non sia perfetta, essa viene adeguata in modo da renderla dotata di senso).

(P) La matematica è un corpus definito da millenni di studi che non si può modificare

(S) Non è tanto la matematica ad essere il centro dell'interesse, ma come l'allievo la apprende e se la costruisce [Didattica della matematica]

(C) Da una visione assolutistica ed immobile della matematica, come obiettivo centrale dell'azione didattica, ad una attenzione più significativa verso l'epistemologia dell'apprendimento matematico.

(P) La matematica è fredda e bella, per me è sempre stata un modello attraente

(S) Non posso pensare che tutti gli studenti condividano questa visione, vorrei almeno che ne riconoscessero la possibilità [Didattica della matematica]

(C) Dalla convinzione che la propria visione sia necessariamente condivisibile, all'ammissione che vi possano essere punti di vista diversi; da un obiettivo "forte" ad obiettivi più duttili.

(P) La matematica è utilissima nella vita di tutti i giorni e questa sua utilità deve essere messa in evidenza continuamente per favorire l'accettazione di essa da parte dello studente

(S) Bisognerebbe fare in modo che ognuno [ogni studente] vedesse della matematica una utilità che riconosce in modo personale [Didattica della matematica]

(C) Dalla centralità della matematica alla centralità dello studente; nella prima concezione è l'utilità della matematica lo scopo al quale deve adeguarsi lo studente, nella seconda l'interesse personale di ogni studente dovrebbe essere il punto di partenza.

(P) L'ho imparata [la matematica] come una cosa estranea, sapevo fare le cose, ma non mi sono mai chiesto il perché; avevo voti alti, ma io sapevo che erano dovuti a tecniche e non alla comprensione

(S) Solo oggi capisco che ogni cosa [in matematica] ha un senso ben preciso; vorrei valutare lo studente per quel che fa e per come lo capisce e non per quel che sa fare senza capire [Didattica della matematica]

(C) Da una sensazione di inadeguatezza alla certezza: la matematica non è un insieme insensato di cose da fare per avere valutazioni positive, ma un insieme di cose che hanno un senso.

(P) Avevo sempre sentito dire che la matematica è come una filosofia, ma non avevo mai capito il perché; [...] specie poi l'algebra la vedevo come un insieme di regole da seguire; che c'entra con la filosofia?

(S) La matematica si occupa davvero di concetti filosofici perché deve "sistemare" i concetti; man mano che li costruisce, un allievo li deve sistemare nella sua visione del mondo [Didattica della matematica]

(C) Da una concezione confusa di una disciplina che dichiara cose che poi non mantiene (filosofia / regola da seguire) ad una concezione di disciplina che sistema la visione del mondo.

(P) [La matematica è] Fredda, arida, faticosa, inutile, serve solo a scuola per "segare" [sinonimo di "bocciare", non promuovere]

(S) Se uno la capisce, come la capisco io ora, le dà un senso, anzi più d'uno; serve per sapere, come cultura [Didattica della matematica ed Epistemologia/Storia della matematica]

(C) Da una visione terribilmente negativa ad una visione di matematica come cultura.

(P) [La matematica è] Prototipo di ragionamento, ma anche gioco di simboli, costruzioni che non hanno uno scopo, ma solo costruzione di pensiero

(S) La matematica adesso la vedo come un grande castello nel quale si deve stare in compagnia; non è divertente starci da soli, bisogna scambiarsi delle idee; più ne riesco a convincere e più condivido il piacere di capirla [Didattica della matematica]

(C) Da fatto privato a scambio sociale; la comprensione della matematica come piacere di condivisione.

Naturalmente l'elenco potrebbe continuare; ma non è nostra intenzione riportare tutti i pareri e tutti i cambi di concezione; d'altra parte, seppure con parole diverse, molti soggetti più o meno condividono concezioni tra quelle qui sopra elencate.

A noi sembra notevole il fatto che alcuni cambi di concezioni sono radicali, segno del fatto che un corso di 120 ore del tipo detto sembra davvero poter produrre modifiche di concezioni molto forti.

Altra cosa che colpisce è che abbia avuto più effetto sui cambi di concezione della matematica più il corso di didattica della matematica che non il corso di epistemologia/storia della matematica, forse per i contenuti o forse perché le riflessioni che hanno come oggetto il soggetto che apprende colpiscono maggiormente.

Molti specializzandi denunciano l'inutilità di quei corsi che, pur avendo un nome che richiama la didattica o l'epistemologia, non fanno altro invece che ripetere corsi di matematica reputati più adatti nel corso di laurea.

9.2. Cambi di concezione sulla didattica della matematica

Paradossalmente, il corso di didattica della matematica produce più cambi di concezioni sulla matematica che non sulla didattica della matematica! Come mai? Il fatto è che le concezioni sulla didattica della matematica all'inizio del corso SSIS molte volte sono nulle, in quanto i futuri insegnanti, laureati, si iscrivono alla SSIS ignorando totalmente che contenuti li aspettino nel corso di didattica della matematica. Tuttavia, alcuni cambi di concezioni sono ben descritti, come segue. Da notare esplicitamente il fatto che solo alcuni tra gli specializzandi avevano già seguito il corso di didattica della matematica nel corso di laurea; in questo, però, nonostante il nome, si trattano argomenti di matematiche elementari, matematiche complementari e storia della matematica.

(P) Credevo che [la didattica della matematica] fosse come preparare gli esercizi, i compiti in classe, le lezioni

(S) La didattica [della matematica] ti dà degli strumenti per capire che cosa succede in aula durante la lezione di matematica

(C) Da una concezione puramente strumentale, ad una problematica in chiave di epistemologia dell'apprendimento.

(P) [Dichiarazione orale] In un corso che avevo sentito, un docente, credo che non fosse di matematica, uno che teneva il corso, non mi ricordo come si chiamava, aveva detto che in didattica della matematica si studia come si fanno le unità didattiche, tutte quelle cose dove si scrivono, sai?, i prerequisiti, gli obiettivi formativi, insomma

(S) [Dichiarazione orale] Qui si impara a capire che dietro l'errore c'è un mondo tutto da scoprire, che gli studenti hanno mille difficoltà a costruire un pensiero matematico corretto; anche chi fa bene, come fai a sapere se sa o se sa che cosa ti aspetti da lui? Si chiama "contratto didattico", no? È solo uno dei mille aspetti che si sono studiati qui

(C) Da una concezione strumentale, ad una visione costruttiva, orientata allo studente ed alla sua comprensione, alla sua costruzione concettuale.

(P) [...] di imparare come si fa ad insegnare, che strumenti usare, quando e perché; una specie di ricetta; dentro di me sapevo già che non avrei accettato una cosa così, che fosse lo scotto da pagare per essere abilitato

(S) Ora so che posso interpretare i comportamenti degli studenti, se sbagliano, perché; gli ostacoli che incontrano nell'imparare le cose; i cambi di registri che li bloccano; insomma altro che ricetta, una vera e propria scienza, ma utile, concreta

(C) Da una concezione di didattica della matematica direttiva e imitativa ad una scienza concreta che fornisce strumenti potenti per interpretare la realtà d'aula e le difficoltà degli studenti.

Anche in questo caso, si potrebbe continuare a lungo; ma a noi preme porre l'accento sulla radicalità dei cambi di concezioni, a volte veramente notevoli.

Per dichiarazione degli stessi soggetti, ha giocato a favore di queste prese di coscienza anche uno dei corsi di laboratorio di didattica della matematica e, per pochissimi, i corsi di didattica generale e di pedagogia (che, di solito, non vengono citati come particolarmente significativi, almeno per quanto concerne i cambi di concezione sulla didattica della matematica).

9.3. Cambi di concezione sul ruolo del docente di matematica

L'effetto dei corsi di didattica della matematica in primo luogo, ma anche, in questo caso, di pedagogia, di psicologia e di didattica generale,

hanno generato profondi cambi di concezione sul ruolo del docente, sui suoi obiettivi e sulla sua figura. Ci limiteremo a pochi esempi significativi.

(P) Pensavo a me stesso come a chi gestiva la classe nel senso che io avrei dettato i tempi, i contenuti, le prove di valutazione

(S) Ora ho capito che, in un certo senso, devo rispettare i tempi degli studenti, che il mio ruolo consiste nel far sì che essi apprendano bene, che il voto [cioè la misura della valutazione individuale dello studente] è anche un giudizio che io e loro insieme diamo in modo oggettivo sulla mia efficacia

(C) Da docente di matematica come impersonale strumento di progresso nell'azione di insegnamento, a docente di matematica come essere umano impegnato a far sì che, con un'azione efficace, gli studenti apprendano; da essere umano al di sopra delle parti a soggetto disponibile ad una autovalutazione di efficacia.

(P) [...] che c'erano delle cose da imparare e che ero io a decidere, come era nella mia classe l'ultimo anno della maturità; solo, pensavo, io sarò più attento, farò di tutto perché tutti imparino, non mi spazientirò

(S) Non posso sperare che tutti imparino tutto, posso solo creare le condizioni ottimali per mettere ciascuno in grado di esprimersi al meglio, di dare quel che possono; ora credo che tutti meritino rispetto

(C) Da una concezione ingenua di insegnante indulgente ed onnipotente, capace di far sì che tutti apprendano tutto, ad una concezione problematica, realistica, che pone al centro dell'azione l'allievo.

(P) [...] avevo come modello il mio ex insegnante di liceo e molti insegnanti dell'università; si preoccupavano poco di noi; ho visto anche il tutor presso il quale ho fatto tirocinio; lui badava solo a essere preciso e corretto, ma io ho visto che molti studenti non gli stavano dietro [...]; io credevo che si dovesse essere così per forza, in matematica

(S) A quel punto, sarò disposta a parlare come loro [gli studenti], purché mi capiscano

(C) Da una concezione tutta rivolta alla disciplina, dove il fulcro dell'azione didattica è l'esposizione della stessa, ad una concezione tutta incentrata sull'allievo che apprende, anche senza quella correttezza formale che prima era giudicata irrinunciabile.

(P) [Dichiarazione orale] Il prof di matematica è come un direttore d'orchestra che detta le note e le regole; tutta l'orchestra obbedisce e, facendolo bene, impara; avevo visto un film che mi aveva convinto, dove c'era un prof in America, che portava tutti gli allievi come a una specie di concorso, c'erano mi ricordo le derivate, ma questi [gli allievi] non sapevano neanche le frazioni e vincevano, una scuola di provincia, vincevano battendo anche scuole molto più di nome, molto più rinomate; mi aveva convinto, credevo che quello fosse [il modello]

(S) [Dichiarazione orale] Ora capisco che quel film e la filosofia che c'è dietro è sbagliata, è come ammaestrare della gente a ripetere quel che vogliamo noi, sì, i pappagalli; io ho capito bene la distinzione tra situazione didattica ed a - didattica e voglio che i miei studenti si implicino personalmente nella costruzione della conoscenza, come ci avete insegnato voi [nel corso di didattica della matematica]

(C) Dalla concezione di insegnante come direttore d'orchestra e della classe come ripetitrice di note, a concezione di insegnante come responsabile dei processi di responsabilizzazione da parte degli allievi; in questo, ben si spiega la citazione alla situazione a – didattica (che ha colpito molto questo allievo, come si evince anche da altre sue considerazioni sulle quali sorvoliamo).

Ci limitiamo a questi pochi esempi; ma quasi tutti i soggetti, in questo campo, dichiarano cambi di concezioni di grande ampiezza, da loro stessi definitivi “inattesi”, “incredibili”, “enormi” etc.

10. Conclusioni

Un ruolo fondamentale riveste, nei cambi di concezioni su matematica, didattica della matematica e ruolo del docente di matematica, la peculiarità dei corsi cui sono tenuti gli specializzandi della SSIS; se si contrabbanda, per esempio, il corso di didattica della matematica con un corso di matematica, allora questo non solo non produce cambio di concezione, ma addirittura conferme su concezioni deleterie, formando quindi “nuovi” insegnanti che non potranno che ricalcare le orme del passato. Naturalmente, esistono insegnanti matematica di “vecchio stampo” con grandissima efficacia didattica, che ottengono risultati notevoli sul piano dell'apprendimento dei propri allievi; ma ciò è dovuto

a competenza disciplinare, capacità comunicativa e di convincimento, disponibilità umana e buon senso. Sembra che tutto ciò ricada nelle metafore messe in luce da studi condotti sui buoni insegnanti che ottengono risultati in modo spontaneo, senza una specifica formazione in didattica della matematica (Flores Martínez, 1999).

Ma il senso, il vero motivo per cui si spinge a studiare la didattica della matematica è che questa è oggi vista come una vera e propria scienza che fornisce al docente, al futuro docente, strumenti scientifici concreti ed efficaci per la gestione dell'aula, per capire i problemi che nell'aula emergono durante le ore di matematica; contrariamente a quel che sperano inguaribili ingenui romantici, la didattica della matematica è una scienza e non un'arte, anche se una qualche dote "artistica" non guasta (ma: non guasta mai, neppure nella creazione matematica...).

Stabilito che il contenuto dei corsi di didattica della matematica dovrebbe essere consoni al titolo, resta il problema dei tempi; ci sono corsi SSIS che mettono a disposizione della didattica della matematica vera e propria poche ore; per nostra stessa esperienza, ribadiamo che per avere cambi di concezioni così radicali come quelli qui visti, occorre dare tempo ai futuri insegnanti di pensare, di paragonare, di immaginarsi in situazione...

È molto interessante l'elenco che fanno gli stessi soggetti degli argomenti di didattica della matematica che sono stati più "sconvolgenti", cioè che hanno causato con maggior forza i cambi; ci piace riportare qui i temi più citati (D'Amore, 1999a):

- contratto didattico;
- didattica della matematica come epistemologia dell'apprendimento (che, nel corso, chiamiamo didattica "B");
- immagini e modelli; modelli intuitivi e modelli formali; modelli interni e modelli esterni;
- misconcezioni;
- argomentazione e dimostrazione;
- teoria delle situazioni didattiche;
- teoria degli ostacoli;
- semiotica e noetica; trattamento e conversione; paradosso di Duval;
- primi elementi di didattica dell'algebra
- curriculum, valutazione e trasposizione didattica
- ...

solo per limitarci ai più citati.

Tre considerazioni ci sembrano di grande rilievo.

La prima è la seguente: dai testi dei soggetti si evince una grande coerenza; in altre parole: nei testi che testimoniano i cambi di concezioni, i professori in formazione iniziale non entrano in contraddizione; se affermano un cambio in matematica, esso ha sempre un riflesso sui cambi di concezioni in didattica della matematica e, alla fine, sul ruolo del docente di matematica. Noi ci aspettavamo che, almeno in qualche caso, si potesse pensare a specializzandi che descrivono un cambio di concezione in un campo, ma poi lo contraddicono in un altro. Così non è, segno che:

- si tratta di professionisti maturi che sono ben consci di quel che affermano
- le affermazioni sono sincere e davvero sentite
- l'azione della didattica all'interno della SSIS ha avuto un effetto reale.

La seconda considerazione riguarda il fatto che, nonostante il nostro tentativo di analizzare come si diversifichino i cambi di concezioni a seconda del corso di laurea precedentemente seguito, non siamo riusciti a trovare nulla di significativo al riguardo.

La terza considerazione riguarda eventuali timori relativi al fatto che questi specializzandi, nella loro natura di studenti ssis, possano aver risposto cercando di rispettare situazioni... contrattuali (di contratto didattico o di contratto sperimentale, D'Amore, 1999). Di fatto, l'esperienza mostra come risposte non sincere siano il più delle volte sbrigative o contraddittorie; inoltre, questi studenti avevano già superato tutte le prove parziali che, nel corso di didattica della matematica, portano alla valutazione finale; dunque, si potevano ritenere oramai già compiutamente valutati dagli insegnanti. Ovviamente ciò non rende impossibile un comportamento non del tutto spontaneo e sincero; tuttavia, in tutti i colloqui effettuati, mai si è avuta l'impressione che così fosse.

Per concludere, tra tutti i testi ricevuti, uno ci ha particolarmente colpito per la vastità e profondità delle argomentazioni e per la ostentata consapevolezza dei cambi di concezione nei tre campi.

Il soggetto è laureato in Fisica e si chiama G.; gli abbiamo chiesto il permesso di riportare ampi stralci della sua testimonianza scritta e di alcune dichiarazioni orali e lo ringraziamo per avercelo concesso.

Nella sua lunga relazione:

- per quanto concerne la matematica dichiara che ne aveva una concezione come di «(...) una conoscenza a priori, dotata di una struttura assiomatico-deduttiva caratterizzata da un rigido formalismo. (...) un oggetto autoconsistente e perfetto in sé, la conoscenza esatta per eccellenza che dava accesso alla conoscenza scientifica». I corsi di didattica della matematica e di epistemologia/storia della matematica gli hanno mostrato per la prima volta il *perché* di questo formalismo, quali «(...) insidie epistemologiche si nascondano dietro termini che usiamo con leggerezza». Soprattutto i corsi di didattica della matematica hanno mostrato «una visione più problematica della disciplina». In situazioni dialogiche orali, G. ha confessato che ha fatto molta fatica ad accettare il fatto che stava cambiando concezioni, che la matematica stava diventando, nella sua immagine, sempre più “umana” e sempre meno formale-a-vuoto; ha anche confessato un passaggio lento, graduale, sofferto, da una visione “realista” ad una “pragmatista” (D’Amore, Fandiño Pinilla, 2001; D’Amore, 2001; D’Amore, 2003);
- per quanto concerne la didattica della matematica, G. dichiara di essersi aspettato che il compito di «un corso di didattica della matematica sarebbe stato di fornirmi strumenti strettamente legati alla disciplina per aiutarmi ad insegnare con efficacia rendendo la materia il più possibile limpida, interessante e coinvolgente per lo studente. Ritenevo che la gestione della situazione d’aula e del rapporto con gli studenti fosse lasciata al carisma, alla motivazione e all’esperienza dell’insegnante». Detta qui molto meglio che altrove, questa convinzione riassume quasi tutte quelle degli altri soggetti della ricerca. «(...) ha capovolto la mia concezione dell’insegnamento della matematica ed ha rappresentato un riferimento cognitivo negli approfondimenti successivi»; a questo punto, G. fa un elenco dei temi della didattica della matematica che l’hanno costretto a questo capovolgimento. Asserisce che ha avuto conferma della positività delle proposte già durante il tirocinio e che «Il corso di didattica della matematica mi ha aiutato a considerare il

fenomeno di insegnamento/apprendimento da un punto di vista sistemico e non come una giustapposizione di ciascuno dei suoi componenti». Una analisi chiara e assolutamente coerente del proprio cambio di concezione;

- per quanto concerne il ruolo dell'insegnante di matematica, G. dichiara di essere stato colpito dal fenomeno della "scolarizzazione", descritto in D'Amore (1999b), che lo ha portato a modificare l'immagine di insegnante costruita fino a quel punto; in questo caso, sebbene sia il corso di didattica della matematica quello che ha rivestito il ruolo più incisivo nel cambio di concezione, anche altri corsi come pedagogia, didattica generale etc. hanno avuto influenza; l'educazione, da fatto carismatico e legato alla personalità del docente, diventa «processo di costruzione e consolidamento dell'io», dunque entra a far parte delle responsabilità del discente; mentre «gli aspetti socio-pedagogici non sono indipendenti da quelli cognitivi». G. passa da una concezione di insegnamento "neutro" della matematica, ad una concezione problematica e complessa.

Questo triplo e completo cambio viene denunciato da G. come un fatto sofferto, non semplice, ragionato e consapevole; in effetti, cambiare concezioni non è immune da sofferenze, specie se è consapevole, appunto, e questo emerge in tutti i testi prodotti.

Crediamo che queste esplicite e chiare dichiarazioni siano la testimonianza di come una partecipazione attiva a relazioni educative anche ad alto livello cognitivo possa avere un impatto notevole perfino in soggetti adulti e competenti, mentre, di solito, si pensa che questo fatto riguardi solo studenti giovani e di scarse competenze cognitive.

Ringraziamenti

Ringraziamo tutti gli specializzandi della SSIS di Bologna (a.a. 2003-2004) per l'assidua frequenza alle lezioni (anche quando non vi erano formalmente tenuti) e per il contributo dato a questa ricerca, gravando il loro già pesante fardello di specializzandi, con la stesura di un testo che quasi sempre è stato denso, lungo e ricco di stimoli e di riflessioni personali.

Bibliografia

- Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7, 2, 33-115.
- Chapman O. (2002). Belief structure and inservice high school mathematics teacher growth. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (177-194). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- D'Amore B. (1999a). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (1999b). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276.
- D'Amore B. (2001). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques: la position "naïve" dans une théorie "réaliste" contre le modèle "anthropologique" dans une théorie "pragmatique". In: Gagatsis A. (Ed.) (2001). *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology*. (131-162). Nicosia (Cipro), Intercollege Press Ed. Atti del "Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, Università di Cipro, 22 giugno - 6 luglio 2001.
- D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2001). Concepts et objets mathématiques. In: Gagatsis A. (Ed.) (2001). *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology*. (111-130). Nicosia (Cipro): Intercollege Press Ed. Atti del "Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, Università di Cipro, 22 giugno - 6 luglio 2001.
- Fennema E., Franke M.L. (1992). Teachers' Knowledge and its Impact. In: Grows D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (147-164). New York: Macmillan Publishing Company.
- Flores Martínez P. (1999). Empleo de las metáforas en la formación de profesores de matemáticas. *Educación matemática*. 11, 1, 89-101.
- Frank M.L. (1985). What myths about mathematics are held and conveyed by teachers? *Arithmetic teacher*. 37, 10-12.
- Freudenthal H. (1983). Major Problems of Mathematics Education. In: Zweng et al. (Eds.) (1983). *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. (1-7). Boston: Birkhäuser.

- Furinghetti F. (2002). *Matematica come processo socioculturale*. Trento: IPRASE.
- Hoyles C. (1992). Mathematics teaching and mathematics teachers: a meta-case study. *For the learning of mathematics*. 12, 3, 32-44.
- Kilpatrick J. (1981). The Reasonable Ineffectiveness of Research in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*. 2, 2, 22-29.
- Krainer K., Goffree F., Berger P. (Eds.) (1999). *On Research in Mathematics Teacher Education*. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematik Didaktik.
<http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-proceedings.html>
- Lester F.K.Jr. (2002). Implications of research on students' beliefs for classroom practice. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (345-354). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- Llinares S. (2002). Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (195-210). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- Malara N.A., Zan R. (2002). The problematic relationship between theory and practice. In: English L. (Ed.) (2002). *Handbook of International Research in Mathematics Education*. (553-580). Hillsdale (N.J.): Lawrence Erlbaum Associates
- McDuffie A.R. (2004). Mathematics teaching as a deliberate practice: an investigation of elementary pre-service teachers' reflective thinking during student teaching. *Journal of mathematics teacher education*. 7, 1, 33-61.
- Pehkonen E., Törner G. (1996). Introduction to the theme: Mathematical beliefs. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 28, 99-100.
- Presmeg N. (2002). Beliefs about the nature of mathematics in the bridging of everyday and school mathematical practices. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (293-312). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- Schoenfeld A.H. (1983). Beyond the purely cognitive: beliefs systems, social cognitions and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive science*. 7, 4, 329-363.

- Schoenfeld A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In: Grows A.D. (Ed.) (1992). *Handbook of research on mathematics learning and teaching*. (334-370). New York: MacMillan.
- Speranza F. (1997). Didactics of Mathematics as “Design Science”: an Epistemological Approach. In: Malara N.A. (Ed.). *An International View on Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. (150-154). Proceedings WG 25, ICME 8, 1996, Siviglia. Modena: AGUM.
- Steiner H.G. (1985). Theory of Mathematics Education (TME): an Introduction. *For the Learning of Mathematics*. 5, 2, 11-17.
- Thompson A. G. (1992). Teachers’ Beliefs and Conceptions: a Synthesis of the Research. In: Grouws D. (Ed.) (1992). *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching*. (127-145). New York: Macmillan Publishing Company.
- Törner G. (2002). Mathematical beliefs. A search of a common ground: some theoretical considerations on structuring beliefs, some research questions, and some phenomenological observations. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (73-94). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- Wilson M., Cooney T.J. (2002). Mathematics teacher change and development. The role of beliefs. In: Leder G.C., Pehkonen E., Törner G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable on mathematics education?* (127-148). Dordrecht – Boston – London: Kluwer Ac. P.
- Wittmann E. (1995). Mathematics Education as a “Design Science”. *Educational Studies in Mathematics*. 29, 355-374.
- Zaslavsky O., Leikin R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: growth through practice. *Journal of mathematics teacher education*. 7, 1, 5-32.